محاضرة 8: Histogram

المحتوى: (1) Histogram Specification
(2) Global Vs Local Histogram

الملاحظة في آخر محاضرة 7 انساها تماماً ولا كأنك شفتها

ال Histogram Specification

* الفكرة إنك لو عندي Histogram معين لصورة، وعايز أغيره لـ Specified Histogram (لأنه مش دايماً ال equalization هو أحسن حل) يعني شكل محدد لل Histogram من اختياري مش هعرف أغيرها مباشرةً لل specified Histogram

- ممكن أعمل إيه؟
- هحول ال input Histogram بتاعي لـ equalized Histogram
- وهحول ال specified Histogram اللي عايزه إلى equalized Histogram برضو
- بقى عندي الاتنين بيساووا ال equalized Histogram أقدر أعمل مسار equalized Histogram رجوع لل specified Histogram

* لو قلت إنه ال equalized Histogram هو S، وال input Histogram هو r
وال specified Histogram هو z
عملية تحويل ال r لـ s هسميها T، وتحويل ال z إلى s هسميها G

* هفترض كلها Analog image

$$S = T(r) = (L-1)\int_0^r p(w)\,dw \quad (1)$$

also $$S = G(z) = (L-1)\int_0^z p(t)\,dt \quad (2)$$

$$\therefore \ (1) = (2)$$

هنساوي الطرفين ببعض ونخلي ال z في طرف وال r في طرف

الفكرة بقى بعد مامليت ال z ، r الاتنين equalized هاقدر أطبق $G^{-1}(z)$ عشان أرجع من s إلى z

* مثال: مديني في المسألة ال input Histogram بالشكل ده:

$$P_r(r) = \begin{cases} \frac{2r}{(L-1)^2} & 0 \leq r \leq (L-1) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- ومطلوب إني أحوله ل Histogram بالشكل ده

$$P_z(z) = \begin{cases} \frac{3z^2}{(L-1)^3} & 0 \leq z \leq (L-1) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

الحل: هجيب ال s مرتين، بدلالة كل Histogram مرة

① $$s = T(r) = (L-1)\int_0^r P_r(w)\,dw = \frac{2}{(L-1)}\int_0^r w\,dw = \frac{r^2}{(L-1)}$$

② $$s = G(z) = (L-1)\int_0^z P_z(w)\,dw = \frac{3}{(L-1)^2}\int_0^z w^2\,dw = \frac{z^3}{(L-1)^2}$$

* التكامل بسيط وأنا اختصرته، تقدر تعمله مباشر مفيهوش أي مشاكل

* هنكمل من ② نحول ال z بدلالة ال s

$$s = \frac{z^3}{(L-1)^2}$$ ⟵ ضرب طرفين في وسطين وناخد الجذر التالت للطرفين

$$z = \sqrt[3]{(L-1)^2 s} = \left[(L-1)^2 s\right]^{1/3} \quad ③$$

* نعوض عن قيمة ال s في معادلة ③ بقيمتها من معادلة ① $s = \frac{r^2}{L-1}$

$$\therefore z = \left[(L-1)^{\cancel{2}} \times \frac{r^2}{\cancel{(L-1)}}\right]^{1/3} = \left[(L-1) \times r^2\right]^{1/3}$$

* متفكرش تحفظ معادلة الـ z في الـ r عشان هتكون جدا تتغير، افهم الحسبة بتاعتها لأنها سهلة.

---

* نركز مع في حالة الـ Digital لأن دي اللي تهمنا

* في الـ Digital مش هقدر أوصل لـ specified بالظبط بس بتبقى approximated

* هنقول S_k هي الـ equalized Histogram بتاع الـ r_k والـ S_q هي الـ equalized Histogram بتاع Z_q

* هلاقي بعد الـ Quantization قيم لـ S_k والـ S_q، لو فرضت إنه عندي قيم لـ S_q زي (4, 3) وفي الـ S_k لقيت قيمة (2).

- واضح إنه مفيش مفيش قيمة $S_k = S_q$، في الحالة دي هختار أقرب رقم من S_q لـ S_k،

- في الأمثلة هختار أقرب أقل رقم فهيبقى الـ 3

- لو فرضنا كانت S_k بـ (2) و S_q ليها قيم (5, 3)، يبقى هختار من S_q القيمة (3)

- لو فرضنا S_k بـ (4) وعندي S_q ليها قيم (5, 2) يبقى هختار من S_q القيمة (5)

- لو فرضنا S_k بـ (4) وعندي S_q ليها قيم (5, 3) يبقى هختار من S_q القيمة (3) ... وهكذا

لو فرضنا S_k ليها القيم (4, 3) و S_q ليها قيم (7, 6, 2) يبقى لـ S_k عند 3 هختار S_q بـ 2، وعند الـ S_k بـ 4 هختار 2 برده لأنها أقل أقرب قيمة

* ناخد بقى مثال على الكلام ده

* نفس مثال محاضرة رقم 7 بس عايز يوصل لـ specified Histogram

وحديثي الجدول بتاعه

الأول بس نعرف المعادلات في ال Digital شكلها ازاي (على التكامل ← Σ)

$$S_k = T(r_k) = (L-1)\sum_{j=0}^{k} P_r(r_j) \quad (1)$$

$$= \frac{(L-1)}{MN}\sum_{j=0}^{k} n_j \quad (2)$$

$$S_q = G(z_q) = (L-1)\sum_{i=0}^{q} P_z(z_i)$$

* في المثال بيستعمل $G(z_q)$ بدل مايقول S_q ، هنستعمل إحنا ال S_q

* راجع المثال في سلايد 8.6 بعد ماتخلص المثال ده

---

* معطى في المثال ال n_k, r_k وجدول لل z_q وال $P_z(z_q)$ ، هنحاول نوصل من $P_r(r_k)$ لل $P_z(z_q)$ بس هتبقى approximated ، القيمة اللي وصلها مش هتبقى بالظبط هي $P_z(z_q)$ فهيديها اسم $P_z(z_k)$ عشان يفرقهم

* الخطوات اللي عملناها في المثال السابق هنختصر شوية في تكرر منها ، والرسم موجود فمش هنكرره (في السلايد) عشان المفروض فهمناه من المحاضرة اللي فاتت

لو مش مدهاني اساساً ، أحسبها

* Given *

r_k	n_k	$P_r(r_k) = \frac{n_k}{MN}$
$r_0 = 0$	790	0.19
$r_1 = 1$	1023	0.25
$r_2 = 2$	850	0.21
$r_3 = 3$	656	0.16
$r_4 = 4$	329	0.08
$r_5 = 5$	245	0.06
$r_6 = 6$	122	0.03
$r_7 = 7$	81	0.02

هحاول أوصلها بس مش هتبقى بالظبط وهنشوف ازاي

z_q	specified $P_z(z_q)$
$z_0 = 0$	0.00
$z_1 = 1$	0.00
$z_2 = 2$	0.00
$z_3 = 3$	0.15
$z_4 = 4$	0.20
$z_5 = 5$	0.30
$z_6 = 6$	0.20
$z_7 = 7$	0.15

* Solution *

* الأول هنحسب ال s_k بنفس الطريقة في محاضرة 7 صفحة 7 و 8 ، راجعهم عشان تفهم الجدول ده جاي منين

①

r_k	$s_k = T(r_k)$
$r_0 = 0$	$1.33 \rightarrow 1$
$r_1 = 1$	$3.08 \rightarrow 3$
$r_2 = 2$	$4.55 \rightarrow 5$
$r_3 = 3$	$5.67 \rightarrow 6$
$r_4 = 4$	$6.23 \rightarrow 6$
$r_5 = 5$	$6.65 \rightarrow 7$
$r_6 = 6$	$6.86 \rightarrow 7$
$r_7 = 7$	$7.0 \rightarrow 7$

نحسب بقى ال s_q بنفس الطريقة اللي حسبنا بيها ال s_k ، ونعمل جدول ② و ③، ④

②

z_q	$s_q = G(z_q)$
$z_0 = 0$	0
$z_1 = 1$	0
$z_2 = 2$	0
$z_3 = 3$	$1.05 \rightarrow 1$
$z_4 = 4$	$2.45 \rightarrow 2$
$z_5 = 5$	$4.55 \rightarrow 5$
$z_6 = 6$	$5.95 \rightarrow 6$
$z_7 = 7$	$7.0 \rightarrow 7$

ازاي حسبنا قيم جدول 2 ؟ شوفنا معادلة s_q في صفحة 4

$$s_0 = (L-1)\sum_{i=0}^{0} P_z(z_i)$$

من الجدول في صفحة 4

$$= 7\ P_0(z_0) = 7 * 0 = 0$$

$$s_1 = s_0 + 7\ P_1(z_1) = 0 + 0 = 0$$

$$s_2 = s_1 + 7\ P_2(z_2) = 0 + 0 = 0$$

$$s_3 = s_2 + 7\ P_3(z_3) = 0 + 7 * 0.15 = 1.05$$

$$s_4 = s_3 + 7\ P_4(z_4) = 1.05 + 7 * 0.20 = 2.45$$

$$s_5 = s_4 + 7\ P_5(z_5) = 2.45 + 7 * 0.30 = 4.55$$

$$s_6 = s_5 + 7\ P_6(z_6) = 4.55 + 7 * .20 = 5.95$$

$$s_7 = s_6 + 7\ P_7(z_7) = 5.95 + 7 * 0.15 = 7.0$$

③

r_k	$s_k = T(r_k)$	$s_q = G(z_q)$	z_q
$r_0 = 0$	1	0	$z_0 = 0$
$r_1 = 1$	3	0	$z_1 = 1$
$r_2 = 2$	5	0	$z_2 = 2$
$r_3 = 3$	6	1	$z_3 = 3$
$r_4 = 4$	6	2	$z_4 = 4$
$r_5 = 5$	7	5	$z_5 = 5$
$r_6 = 6$	7	6	$z_6 = 6$
$r_7 = 7$	7	7	$z_7 = 7$

عندي 5 قيم لل s_k هختار من s_q القيمة اللي تساوي أو قريبة من s_k وأعمل جدول 4

* عشان مفيش في s_k رقم ③ فدت ② عشان هو الأقرب لـ 3

④ يعني جدول ③، اني لو عايز أعمل Mapping لـ r_3, r_4 مثلا، هيبقو 6، ثم 6 في ال s_q ثم 6 في ال z_q ،

r_k	z_q
r_0	z_3
r_1	z_4
r_2	z_5
r_3, r_4	z_6
r_5, r_6, r_7	z_7

ولو كان مثلا لـ r_1 هيبقى 1 ثم 2 في ال s_q ثم 4 في ال z_4

Lookup table

* لاحظ إن انا في جدول z_q في صفحة $\boxed{4}$ كان مدينا Specified Histogram وكنا
قولنا مش هنعرف نوصله ، وهيبقى Approximated ، هنشوف الـ Actual اللي طلع
بإيدك وانت هتشوف جدول المقارنة في سلايد 8.6 على الشمال تحت

* هنحسب الـ Actual Histogram من جدول ④

$P(z_0) = 0 \leftarrow$ مفيش Mapping من r_k لحاجة z_0

$P(z_1) = 0$

$P(z_2) = 0$

$P(z_3) = p(r_0) = \dfrac{790}{4096} = 0.19 \leftarrow$ إما تحسبها $\frac{n_k}{MN}$ أو تجيب قيمة $p(r_0)$ من الجدول في صفحة $\boxed{4}$

$P(z_4) = p(r_1) = 0.25$

$P(z_5) = p(r_2) = 0.21$

* لو مش محتاج $P_r(r_k)$ متحسبهاش ولا تضيع وقت فيها

$P(z_6) = p(r_3) + p(r_4) = 0.16 + 0.08 = 0.24$

$P(z_7) = p(r_5) + p(r_6) + p(r_7) = 0.06 + 0.03 + 0.02 = 0.11$

* لما تيجي تقارن الـ Actual بالـ Specified هيديك الجدول تحت على الشمال في سلايد [8.6]

* شوف التطبيق في سلايد [8.7] و [8.8] ، في سلايد 8.7 عمل equalization وقالك مش حلو ، فراح عمل Histogram specification في [8.8]

Local vs Global Histogram (هنشرح في الآخر المثال بتاع شيت مسألة رقم 3 عشان مهم (من وجهة نظري)

* المشكلة بتجي إن انت عندك فيه منطقة صغيرة في الصورة عايز أعملها Enhancement بس عشان هي صغيرة وعدد البكسلز فيها قليل ، لما باخد الـ Histogram بتاع الصورة كلها ، تأثيرهم على الـ Histogram بيبقى محدود لأن عددهم قليل ، وبالتالي لو هعمل الـ Enhance على الـ Histogram بتاع الصورة كلها مش هرتب الحتة اللي عايزها.

* الحل إني أعمل window وامشيها على الصورة كلها بحيث في كل مرة بغير في الـ Histogram بغير على الـ Histogram بتاع الـ window مش الصورة كلها ، وبالتالي لما الـ window توصل للجزء الصغير هيتعمله Enhancement لوحده. (الـ Local عشان الـ window)

* راجع سلايد [8.9] و [8.10] ، وهنشرح آخر نقطة في سلايد [8.9] بمثال في الآخر هي مسألة 3 في شيت 8)

* في سلايد [8.10] ، الصورة في النص عمل Global Histogram equalization اللي احنا عارفينه
و الصورة على اليمين عمل عليها Local Histogram equaliz... (علمها بـ window)

---

* سلايد [8.12] مش مطالب بالمعادلات فيها ، ممكن نعمل skip
* هنلخص الكلام بتاع سلايد [8.11] و [8.13]
* هنوظف الـ Histogram Statistics في انه يحسن الصورة .
* الفكرة ، انه الـ Histogram equalization & specification سواء كان Local أو Global
* بيشتغل على كل الـ pixels ، عشان أوفر Computation ، وكمان ممكن مش محتاج أعمل Enhancement للصورة كلها ، ليه مجددش الشغل في المنطقة اللي عايزها وبس؟ أو المنطقة اللي محتاجها؟
* ممكن نعمل زي pre-processing نحدد فيه المنطقة اللي هتتحسن من خلال شوية statistics (شغل على الـ Stochastic processes Random variables)
* هعمل الـ Statistics مرة Global ومرة Local على قد الـ window ، وكده شوية parameters ، هقارن الـ Local بالـ Global Stastistcs ، وبناء على الـ parameter بقرر هعدل في المنطقة الـ Local دي ولا لأ.
هنوظف الـ mean والـ Standard deviation في الموضوع ده ، اللي هو يعرف متوسط قيم الـ pixels وتوزيع الـ pixels حواليه الـ mean value
* الـ mean ممكن يجيبه من الـ Histogram أو يحسبه مباشرة زي ما عملنا في الـ probabilistic Models
المعادلة هي الموجودة في سلايد 8.13 ، ومعناها :
لو لقيت الـ mean بتاع الـ Local أقل من قيمة معينة مضروبة بالـ Global والـ SD اللي هو S_{xy} محصور بين قيمتين بالاعتماد على الـ Global SD لا هعمل الـ $E * f(x,y)$
* الـ S_{xy} هي الـ window بتاعتي ليها أبعاد $r \times c$ وكلما يحصل هو الـ Local
الـ K_0, K_1, K_2, E دي بـ parameters ، معرفش بنختار قيمها ازاي بس أعتقد بالتجربة

فاضل شرح جزئية تحريك ال window في ال Local Histogram processing

* هنفرض عندي صورة ال $L = 4$ ، وأبعاد الصورة هي $4*5$ وال window حجمها 3×3.

①

L	C	R		
0	1	1	3	2
2	3	3	1	2
2	1	0	0	0
1	0	3	1	1

②

	L	C	R	
0	1	1	3	2
2	3	3	1	2
2	1	0	0	0
1	0	3	1	1

لو حطيت ال center بتاع ال window زي ماهي ① . ممكن نقول إنه هنبقى $P_r(r_k)$

$$P_r(r_k) = \frac{n_{L_k} + n_{C_k} + n_{R_k}}{n = 9}$$

حيث r_k هي ال intensity ، n_{L_k} هي عدد ال pixels في العمود على الشمال اللي ليها القيمة r_k

و n هو أبعاد ال window أو عدد ال pixels في ال window (شبه ال MN في ال global)

* ممكن نقول إنه ال n_k هي

$$\boxed{n_k = n_{L_k} + n_{C_k} + n_{R_k} \quad (*)}$$

وتبقى ال $P_r(r_k)$ كالتالي

$$P_r(r_k) = \frac{n_k}{n} \quad (**)$$

طا نعمل shift لل window زي ماهي رقم ②

مش محتاج أعمل كل الحسابات لل window التاني

لأنه عندي ال C_2 (ال C في ②) هي R_1 ، و L_2 هي C_1 (ال C في ①)

ومحتاج بس أحسب عند R_2

* لو قولنا إنه ال $P_r(r_k)$ الجديدة في ② اسمها $P'_r(r_k)$

ممكن نقول

$$P'_r(r_k) = \frac{1}{n}\left(n_{L_k} + n_{C_k} + n_{R_k}\right)$$

جديدة من ② ، جديدة ، جديدة

نفس اللي فاتت بس هنستفيد إننا حسبنا $P_r(r_k)$ مرة باستخدام (*)

$$P'_r(r_k) = \frac{1}{n}\left(n_k - n_{L_k} + n_{R_k}\right)$$

القديمة من ① ، القديمة من ① ، الجديدة من ②

(**) وأنا عارف إنه من

$$P_r(r_k) = \frac{n_k}{n}$$

هعوض بيها في $P'_r(r_k)$

$$P'_r(r_k) = P_r(r_k) + \frac{1}{n}\left[n_{R_k} - n_{L_k}\right]$$

القديمة ، الجديدة من R_2 ، القديمة من L_1

* الفكرة هاخد R_1 , C_1 وأجمع عليهم R_2 ← الجزء الجديد

نفس الكلام ممكن نطبقه على ال up - down move لل window

نجرب احتمال الي فات بالأرقام بنعرف $r_0 = 0, r_1 = 1, r_2 = 2, r_3 = 3$

①

L	C	R		
0	1	1	3	2
2	3	3	1	2
2	1	0	0	0
1	0	3	1	1

$P_0(r_0) = \frac{2}{9}$

$P_1(r_1) = \frac{3}{9}$

$P_2(r_2) = 2/9$

$P_3(r_3) = 2/9$

②

	L	C	R	
0	1	1	3	2
2	3	3	1	2
2	1	0	0	0
1	0	3	1	1

الصفر ظهر مرة واحدة في ② في R

الصفر ظهر مرة واحدة في ① في L

$P'_0(r_0) = P_0(r_0) + \frac{1}{9}[1 - 1]$

$P'_1(r_1) = P_1(r_1) + 1/9 [1 - 0] = \frac{3}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$

$P'_2(r_2) = P_2(r_2) + \frac{1}{9}[0 - 2] = \frac{2}{9} - \frac{2}{9} = 0$

$P'_3(r_3) = P_3(r_3) + \frac{1}{9}[1 - 0] = \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = 3/9$

③

		L	C	R
0	1	1	3	2
2	3	3	1	2
2	1	0	0	0
1	0	3	1	1

$P''_0(r_0) = P'_0(r_0) + \frac{1}{9}[1 - 0] = \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = 3/9$

$P''_1(r_1) = P'_1(r_1) + \frac{1}{9}[0 - 2] = \frac{4}{9} - \frac{2}{9} = 2/9$

$P''_2(r_2) = P'_2(r_2) + \frac{1}{9}[2 - 0] = 0 + \frac{2}{9} = 2/9$

$P''_3(r_3) = P'_3(r_3) + \frac{1}{9}[0 - 1] = \frac{3}{9} - \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$

نفس الكلام ممكن نعمله لو بنتحرك من اليمين للشمال
أو من فوق للتحت أو من تحت لفوق